

## Minimum variance unbiased estimation and loss of information

著者	Kim Hyo Gyeong
内容記述	Thesis (Ph. D. in Science)--University of Tsukuba, (A), no. 5998, 2012.3.23 Includes bibliographical references (leaves 43-46)
発行年	2012
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2241/116972">http://hdl.handle.net/2241/116972</a>

氏 名 (本籍)	金 俊 暲 (韓 国)
学 位 の 種 類	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	博 甲 第 5998 号
学位授与年月日	平成 24 年 3 月 23 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 1 項該当
審 査 研 究 科	数理物質科学研究科
学 位 論 文 題 目	<b>Minimum Variance Unbiased Estimation and Loss of Information</b> (最小分散不偏推定及び情報損失)
主 査	筑波大学准教授 博士 (理学) 小 池 健 一
副 査	筑波大学教授 博士 (理学) 青 嶋 誠
副 査	筑波大学准教授 博士 (数学) 増 岡 彰
副 査	筑波大学准教授 博士 (理学) 照 井 章

## 論 文 の 内 容 の 要 旨

統計的推測において、推定量の良さを測る観点から最小分散不偏推定量の概念は重要である。完備十分統計量が存在する場合には、それに基づく不偏推定量が一般最小分散不偏 (uniformly minimum variance unbiased, 略して UMVU) 推定量、すなわち不偏推定量全体のクラスの中で母数 (パラメータ) に関して一様に分散を最小にする推定量になる。一方、適当な正則条件の下で Cramer-Rao の不等式によって不偏推定量の分散の下界が Fisher 情報量の逆数として与えられ、これを母数について一様に達成する不偏推定量が UMVU 推定量になる。本論文の第 1 章において、Jani and Dave (1990) で取り上げられている指数分布、パレート分布、正規分布、対数正規分布等を含む 1 母数指数型分布族の場合に Jani and Dave (1990) とは異なる方法で完備十分統計量に基づいて、母数の関数の UMVU 推定量を構成し、また同様の方法で或る 2 母数指数型分布族の場合にも UMVU 推定量の構成を行った。この方法を用いて、位置尺度母数を持つ指数分布に対して、尺度母数の逆数に対する UMVU 推定量を実際に構成した。

次に、Cramer-Rao の不等式のような情報不等式を用いて最適な推定量を求める方法がある。適当な正則条件の下では情報不等式は下界を与え、それは任意の不偏推定量の分散あるいは推定量の或るクラスの任意の推定量のリスクよりは大きくないことを示している。特に 1 母数指数型分布族の場合には Cramer-Rao の不等式による下界を達成する不偏推定量は存在するが、一般には必ずしもそうはならないことが知られている。従って、Cramer-Rao の不等式のような情報不等式を用いて最適な推定量を求める方法はうまくいかないことが多い。そこで一般の正則分布族の場合に LeCam (1956) は、同時密度が漸近的に Neyman 因子分解可能であるという意味での漸近十分性の定義を用いて、最尤推定量を含む統計量の或るクラスに属する元が漸近十分性を持つことを示した。また、或る非正則分布族の場合に、極値統計量が漸近十分性をもつことも示された (Akahira (1976))。密度が有界な台をもつような位置母数分布族に対して、最大確率推定量がある場合において 2 次の両側漸近有効であることが Akahira (1991a) で示されている。さらに、密度が有界な台をもつような位置母数分布族を含む一方向型分布族の場合には、極値統計量と漸近補助統計量の組が 2 次の漸近十分統計量になることも示された (Akahira (1991b))。

一方、上記のことを情報量損失の観点から見ると、まず未知の母数  $\theta$  をもつ母集団分布からの大きさ  $n$  の無作為標本に基づく統計量の ( $\theta$  に関する) 情報量は、元の標本の情報量を超えないことが知られている。そしてそれらの情報量の差は、その統計量の情報量損失として評価される。適当な正則条件の下では Fisher 情報量を用いて、(漸近) 十分統計量は (漸近) 情報量無損失になることが分かっている。しかし、正則条件が必ずしも成り立たないような非正則な場合には、Fisher 情報量は使えないし、統計量をもつ情報が分布の非正則性に依存するという困難が生じる。そこで Akahira (1996) は Renyi 型の情報量を導入し、密度の台が区間であるときに、区間の両端点において密度の値は等しく、また両端点における密度の微分係数の和が 0 になることを仮定して、極値統計量と漸近補助統計量の組から成る統計量の 2 次の漸近情報量損失が (1) となることを示した。本論文の第 2 章では、上記の条件を仮定しない場合、すなわち、分布の台の両端点における密度関数やその微分係数の値に関する制約条件を仮定せずに同様の結果が成り立つことを示し、その例も挙げた。この事実は、Akahira (1991b) において示した、統計量が 2 次の漸近十分統計量であるという事実と符合している。また、ここで得られた結果は、区間の両端点での密度が等しく、両端点における密度の微分係数の和が等しい場合には、Akahira (1991b) で得られた結果と一致する。さらに別な見方をすると、極値統計量は分布の台の端点における情報を、漸近補助統計量は分布の台の内部における情報を持っているということができる。

## 審 査 の 結 果 の 要 旨

統計的推定において、最小分散不偏推定の観点から 1 母数、2 母数指数型分布族の場合に、母数の関数の UMVU 推定量を具体的に構成する方法を確立した。また情報損失の観点から、緩い非正則な場合に極値統計量と漸近補助統計量が 2 次のオーダーまで漸近情報量無損失であることを示した。これらの結果は、従来のものを大きく発展させるとともに推定の構造を明確化しており、数理統計学の分野への理論的貢献と認められ、また実際問題への応用にも有用であるとして高く評価される。

平成 24 年 2 月 13 日、数理物質科学研究科学学位論文審査委員会において審査委員の全員出席のもと、著者に論文について説明を求め、関連事項につき質疑応答を行った。その結果、審査委員全員によって、合格と判定された。

上記の論文審査ならびに最終試験の結果に基づき、著者は博士 (理学) の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。